

Pre-réentrée Licence  
Examens

Philippe Bernard

24 septembre 2005

# 1 Année 2002

## 1.1 Exercice I

Remarque : Justifiez vos réponses en insistant sur la logique économique.

On considère deux biens de consommation, le bien 1 et le bien 2, dont les prix sont notés  $p_1$  et  $p_2$ .

1. Si l'utilité marginale du bien 1 est 2, celle du bien 2 est 4, si  $p_1 = 4$  et  $p_2 = 10$ , l'agent doit-il modifier ses consommations ? (1 point)
2. En considérant fixées les autres variables (utilités marginales et  $p_2$ ), pour quelles valeurs de  $p_1$  l'agent va-t-il être acheteur du bien 1 ? (2 points)
3. Symétriquement, en considérant fixées les autres variables (utilités marginales et  $p_1$ ), pour quelles valeurs de  $p_2$  l'agent va-t-il être acheteur du bien 2 ? (1 point)
4. Les prix donnés précédemment,  $p_1 = 5$  et  $p_2 = 15$ , sont les prix dont on bénéficie quand on est vendeur. On doit cependant acquitter une TVA de 25% sur le bien 1 si on est acheteur de ce bien, de 10% sur le bien 2 si l'on est acheteur du bien 2. L'agent doit-il toujours modifier ses consommations initiales connaissant les utilités marginales qu'elles définissent - une utilité marginale de 2 pour le bien 1, de 4 pour le bien 2. (1 point)

## 1.2 Exercice II

Une entreprise combine le travail ( $L$ ) et le capital ( $K$ ) dont les quantités sont respectivement notées  $L$  et  $K$ , pour produire un bien de consommation en utilisant une technique de production résumée par la fonction de production :

$$Q = K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}} \quad (1)$$

Le prix du travail est notée  $w$ , celui du capital  $r$ .

(1) Après avoir posé le programme de minimisation des coûts du producteur et rappelé les conditions marginales que doivent vérifier les choix optimaux du producteur lorsqu'il minimise sa dépense, déterminer sa fonction de coût total, son coût marginal et son coût moyen. (3.5 pts)

(2) Quelle est la fonction d'offre du producteur et son profit à l'équilibre ? (1.5 pts)

### 1.3 Exercice III

On considère une économie d'échanges comprenant trois biens 1 et 2, deux agents  $A$  et  $B$  dont les préférences :

$$U_A = (c_1^A)^{\frac{4}{5}} (c_2^A)^{\frac{8}{5}} (c_3^A)^{\frac{12}{5}} \quad (2)$$

$$U_B = \frac{1}{5} \ln(c_1^B) + \frac{2}{5} \ln(c_2^B) + \frac{3}{5} \ln(c_3^B) \quad (3)$$

et les dotations des deux agents sont :

	bien 1	bien 2	bien 3
agent $A$	0	150	150
agent $B$	100	50	150

1. Démontrez que les deux agents ont les mêmes préférences, et donc que l'on peut substituer à  $U_A$  comme fonction d'utilité de l'agent  $A$  la fonction  $V_A$  suivante :

$$V_A = \frac{1}{5} \ln(c_1^A) + \frac{2}{5} \ln(c_2^A) + \frac{3}{5} \ln(c_3^A) \quad (4)$$

2. Déterminez les demandes des deux agents. (Remarques : (1) on pourra prendre comme numéraire le bien 1 et donc fixer  $p_1 = 1$  ; (2) Les agents ayant les mêmes préférences, on pourra pour éviter de dupliquer les calculs, raisonner d'abord sur un agent.)
3. Posez les conditions d'équilibre sur les marchés et déterminez les prix d'équilibres.
4. Rappelez les conditions marginales que doivent vérifier les optima de Pareto ainsi que les contraintes de ressources dans cette économie. (Remarque : pour les exprimer les Tms on pourra prendre comme bien de référence le bien 1)
5. Déterminez, à l'aide de vos réponses à la question précédente, la courbe (en fait la surface) de contrats de cette économie, c'est-à-dire exprimez sa consommation en bien 2 de l'agent  $A$  en fonction de sa consommation de bien 1, la consommation en bien 3 de sa consommation de bien 1.

## 2 Année 2003

### 2.1 Exercice I

(4 points)

Remarque : Justifiez vos réponses en insistant sur la logique économique.  
 On considère deux biens de consommation, le bien 1 et le bien 2, dont les prix sont notés  $p_1$  et  $p_2$ .

1. Si l'utilité marginale du bien 1 est 2, celle du bien 2 est 4, si  $p_1 = 4$  et  $p_2 = 10$ , l'agent doit-il modifier ses consommations ? (2 points)
2. En considérant fixées les autres variables (utilités marginales et  $p_2$ ), pour quelles valeurs de  $p_1$  l'agent va-t-il être acheteur du bien 1 ? (2 points)

## 2.2 Exercice II

(6 points)

Une entreprise combine le travail ( $L$ ) et le capital ( $K$ ) dont les quantités sont respectivement notées  $L$  et  $K$ , pour produire un bien de consommation en utilisant une technique de production résumée par la fonction de production :

$$Q = K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}} \quad (5)$$

Le prix du travail est notée  $w$ , celui du capital  $r$ .

1. Après avoir posé le programme de minimisation des coûts du producteur et rappelé les conditions marginales que doivent vérifier les choix optimaux du producteur lorsqu'il minimise sa dépense, déterminer sa fonction de coût total, son coût marginal et son coût moyen. (4 pts)
2. Quelle est la fonction d'offre du producteur et son profit à l'équilibre ? (2 pts)

## 2.3 Exercice III

(10 points)

On considère une économie d'échanges comprenant trois biens 1 et 2, deux agents  $A$  et  $B$  dont les préférences :

$$U_A = (c_1^A)^{\frac{4}{5}}(c_2^A)^{\frac{8}{5}}(c_3^A)^{\frac{12}{5}} \quad (6)$$

$$U_B = \frac{1}{6} \ln(c_1^B) + \frac{2}{6} \ln(c_2^B) + \frac{3}{6} \ln(c_3^B) \quad (7)$$

et les dotations des deux agents sont :

	bien 1	bien 2	bien 3
agent $A$	0	150	150
agent $B$	100	50	150

1. Démontrez que les deux agents ont les mêmes préférences, et donc que l'on peut substituer à  $U_A$  comme fonction d'utilité de l'agent  $A$  la fonction  $V_A$  suivante :

$$V_A = \frac{1}{6} \ln(c_1^A) + \frac{2}{6} \ln(c_2^A) + \frac{3}{6} \ln(c_3^A) \quad (8)$$

(1 point)

2. Déterminez les demandes des deux agents. (Remarques : (1) on pourra prendre comme numéraire le bien 1 et donc fixer  $p_1 = 1$  ; (2) Les agents ayant les mêmes préférences, on pourra pour éviter de dupliquer les calculs, raisonner d'abord sur un agent.) (3 points)
3. Posez les conditions d'équilibre sur les marchés et déterminez les prix d'équilibres. (2 points)
4. Rappelez les conditions marginales que doivent vérifier les optima de Pareto ainsi que les contraintes de ressources dans cette économie. (Remarque : pour les exprimer les Tms on pourra prendre comme bien de référence le bien 1) (2 points)
5. Déterminez, à l'aide de vos réponses à la question précédente, la courbe (en fait la surface) de contrats de cette économie, c'est-à-dire exprimez sa consommation en bien 2 de l'agent  $A$  en fonction de sa consommation de bien 1, la consommation en bien 3 de sa consommation de bien 1. (2 points)

### 3 Année 2004

#### 3.1 Exercice I (12 points)

On considère un consommateur dont les préférences sont définies sur trois biens 1, 2 et 3, dont la fonction d'utilité est :

$$U = (c_1)^{\frac{1}{6}}(c_2)^{\frac{1}{2}}(c_3)^{\frac{1}{3}}$$

et dont la seule ressource est un revenu exogène noté  $W$ . Les prix sont notés  $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_3$ .

(1) Donner les conditions marginales et les contraintes déterminant les demandes. (3 points)

(2) Déterminer les demandes des trois biens. (5 points)

(3) On suppose qu'il existe deux consommateurs dont les fonctions d'utilités sont identiques et égales à  $U$ . Les dotations sont :

	<i>bien 1</i>	<i>bien 2</i>	<i>bien 3</i>
<i>agent 1</i>	200	0	100
<i>agent 2</i>	0	200	100

En utilisant vos résultats antérieurs, après avoir précisé le système à poser pour l'équilibre général de l'économie, déterminer **les prix d'équilibre**. On pourra au préalable avoir normalisé le prix du bien 1, en posant  $p_1 = 1$ . (4 points)

## 4 Exercice II (8 points)

On considère une entreprise qui combine le capital et le travail pour obtenir la production. Le capital et le travail sont notés respectivement  $K$  et  $L$ . La fonction de production est :

$$f(K, L) = (K)^{\frac{1}{3}}(L)^{\frac{1}{2}}$$

Les prix des facteurs sont notés  $w$  et  $r$  respectivement pour le travail et le capital.

- (1) Déterminer les rendements d'échelle de la fonction de production. (1 point)
- (2) Donner le programme de la fonction de coût (total). (1 point)
- (3) Rappeler les conditions marginales de la minimisation des dépenses. (1 point)
- (4) Déterminer les demandes de facteur et la fonction de coût. (3 points).
- (5) On suppose que le prix du bien est  $p$ . Calculer la fonction d'offre. (3 points)