Optimisation bayésienne du portefeuille

Un premier exemple (Cochrane (2004))

Le paradoxe de Markowitz

- Empiriquement il arrive fréquemment que le portefeuille equipondéré fasse mieux même sur 10 ans et plus que les portefeuilles optimisés!!!
- « Optimisation du portefeuille ou maximisation des erreurs »?

Le paradoxe de Markowitz

- Explications
  - La linéarité des cpo rend le portefeuille optimal très sensible à des modifications des paramètres …
  - Surtout si les titres sont très corrélés entre eux (par exemple oblig et monétaires voir plus loin).
  - Sans prise en compte du risque d’erreurs d’estimation, l’optimisation conduit alors

Le paradoxe de Markowitz

- Explications
  - Sans prise en compte du risque d’erreurs d’estimation, l’optimisation conduit alors à parier excessivement sur des outliers qui ne sont que des mirages
  - D’où « l’optimisation à la Markowitz = la maximisation des erreurs »

Que faire?

- 4 pistes
  - Ne plus optimiser
    - Screening et stratification
    - Mais performance inférieure même à Markowitz (cf travaux de Barra)
  - Introduire des contraintes de financement
    - L'impact positif de l'interdiction des VAD
    - Et d'autres contraintes quantivatives
    - L'explication de R. Jagannathan

La solution bayésienne

Un premier exemple

La solution bayésienne

- Prendre en compte l’incertitude des paramètres du modèle au niveau de la fonction objectif

La solution bayésienne

- Un exemple : Cochrane (2006)
  - R est distribué selon une loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ
  - μ est aussi distribué selon une loi normale de moyenne $\bar{\mu}$ et d'écart-type σ_μ
  - l'écart-type σ_μ est l'erreur type de l'échantillonnage
  - La durée de l'échantillonnage est T, l'horizon est de h périodes

La solution bayésienne

- La fonction objectif est l'utilité espérée définie sur la fonction puissance (dont l'aversion est γ
- Résultat en l'absence d'incertitude sur le rendement moyen

$$\alpha = \frac{1}{\gamma} \frac{\mu - r_f}{\sigma^2}$$

La solution bayésienne

- La loi suivie par le rendement

$$r \sim N(\overline{\mu}, \sigma^2 + \sigma_{\mu}^2)$$

- L'incertitude sur le paramètre ajoute de la variance, du risque
- Pour T et h

$$\sigma_{\mu} = \sigma \sqrt{\frac{h}{T}}$$

L’allocation optimale

- L’allocation optimale en fonction de h et T

$$\alpha = \frac{1}{\gamma(1+(\gamma-1)h/T)} \frac{\mu - r_f}{\sigma^2}$$

- L’ajustement de l’aversion par un coefficient multiplicateur

Application

- Données mensuelles 1991-2007 sur 23 indices (en $) dont
  - 3 de commodities (DJAIG …)
  - 1 monétaire (Tbill 3 mois), 1 obligataire (DJ Global Conservative)
  - 6 indices MSCI US de styles
  - DJ Micro Cap + Nasdaq
  - Indices MSCI régionaux

Application

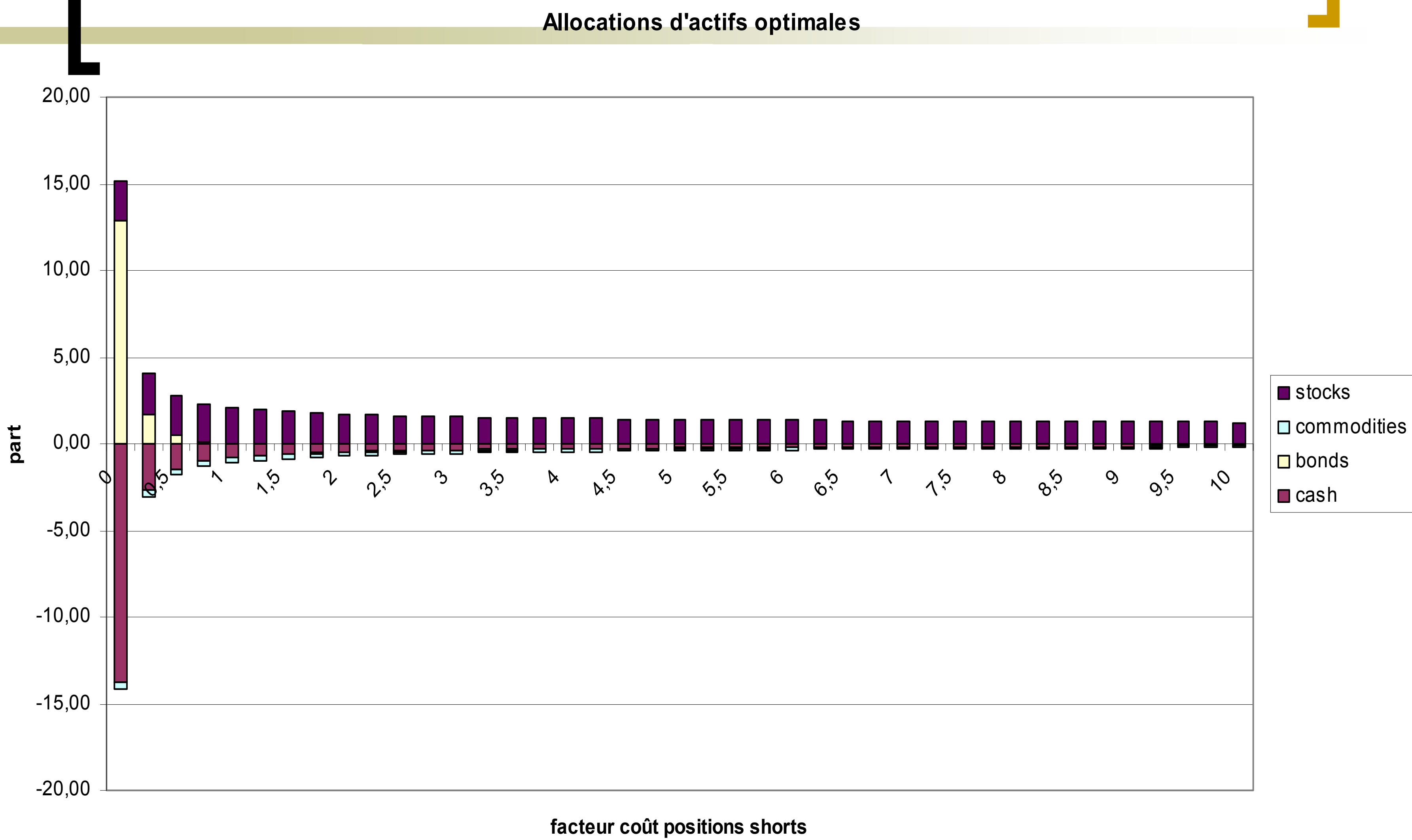
- Sans ajustement et avec les ventes à découvert, « arbitrage » entre obligations et titres monétaires amenant des positions à la fois extrêment longues et courtes.
- Ajustement de l'aversion par le coefficient de Cochrane
- Introduction d'un coût des positions short comportant une base (2%) et un ajustement en fonction du type du titre, de son style, etc.

Application

coût des positions shorts	0,00%	2,45%
Er	141,55%	24,14%
volatilité	68,02%	19,17%
M2	20,47%	9,36%
bêta	136,20%	102,09%
ratio de Sharpe	204,06%	111,53%
équivalent certain	72,16%	16,17%

Application

cash	-1379,28%	-13,66%
bonds	1286,64%	-2,83%
commodities	-39,38%	-7,09%
stocks	232,03%	123,57%



Allocations d'actifs optimales
20,00
15,00
10,00
5,00
0,00
-5,00
-10,00
-15,00
-20,00
part
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5
5
5,5
6
6,5
7
7,5
8
8,5
9
9,5
10
facteur coût positions shorts
stocks
commodities
bonds
cash